# 量子物理小测讲解

1．某金属逸出功为1.80 eV，当用波长为4000 $\mathring{A}$ 的光照射时，从金属表面逸出的电子的最大速度为______，截止电压是______。

根据爱因斯坦光电效应方程$h\nu=\frac{1}{2}mv_m^2+A$，其中$A=1.80eV$, $\nu=\frac{c}{\lambda}$,
代入数据可得$v_m=6.78\times10^5m/s$;
根据$\frac{1}{2}mv_m^2=eU_a$，可得$U_a=1.3V$。

2．已知电子的初速度为零，通过电势差$U$=100V加速后，（不计相对论效应）其德布罗意波长 $\lambda=$ ________。

已知电子的初速度为零，通过电势差$U=100V$加速后，
（不计相对论效应）其德布罗意波长$\lambda=\frac{h}{P}=0.123nm$

$\because \lambda=\frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$

$E_k=eU$

3．波长 $\lambda_0 = 0.1\overset{0}{A}$的X射线与静止的自由电子碰撞，在与入射方向成$90^\circ$角的方向上观察时，散射X射线的波长$\lambda$=_______。

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\varphi) = \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\varphi}{2}$$

根据$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \dfrac{h}{m_0 c}(1 - \cos\phi)$，其中$\lambda_0 = 0.1\overset{0}{A}$，

$\dfrac{h}{m_0 c} = 0.024\overset{0}{A}$，$\phi = 90^0$，代入数据得$\lambda = 0.124\overset{0}{A}$。

4．假定对一粒子的动量测定为 $13.26\times10^{-23}\,kg\bullet m/s$ ，可精确到千分之一，则该粒子位置（在动量方向上）的不确定量为______。

粒子位置与动量的不确定性关系为$\Delta\mathrm{x}\cdot\Delta p\geq\frac{\hbar}{2}$,

故$\Delta\mathrm{x}\geq\frac{\hbar}{2\Delta p}$；因为粒子动量$p$为$13.26\times10^{-23}\mathrm{kg}\cdot m/s$

且可精确到千分之一，所以$\Delta p$

$=13.26\times10^{-26}\mathrm{kg}\cdot m/s$，从而得到$\Delta\mathrm{x}\geq3.98\overset{0}{A}$

5.根据量子力学原理，当氢原子中电子的动量矩 $L=\sqrt{6}\hbar$ 时，$L$在外磁场方向上的投影$L_Z$可取的值为__________。

$0,\pm h/2\pi,\pm h/\pi$

6．恒星表面可看作黑体，测得北极星辐射波谱的峰值波长$\lambda_m$=350nm，试估算它的表面温度$T$ =____________及单位面积的辐射功率$M$ =____________。

解：由维恩位移定律　$T\lambda_m=b$，解出

$T=b/\lambda_m$=8280k

由斯特藩－玻尔兹曼定律，求出单位面积的辐射功率为

$E_0(T)=\sigma T^4=2.67\times10^8 W/m^2$

1．将一束光子照射到金属铯上，所释出的光电子去激发基态氢原子。已知光子的能量 $\varepsilon$=14.65eV，金属铯的逸出功$A$=1.9eV,试求：（1）该氢原子将被激发到$n$=？的激发态上；（2）受激发的氢原子向低能级跃迁时，最多可观察到几个线系，共几条谱线？请在氢原子能级图中表示出来，并给出波长最短谱线的波长。

解:由 $\begin{cases} \varepsilon = A + \dfrac{1}{2}mV^2 \\ \dfrac{1}{2}mV^2 = E_n - E_1 \end{cases}$

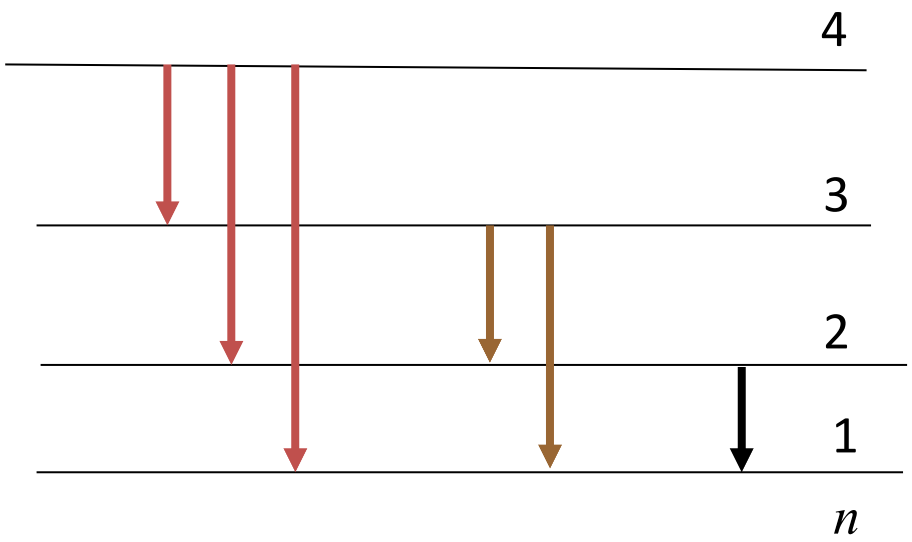
得: $\varepsilon - A = E_n - E_1$

$$\varepsilon - A + E_1 = \frac{E_1}{n^2}$$

$$\therefore \quad n^2 = \frac{E_1}{\varepsilon - A + E_1} = 16$$

$n$=4

(2)最多可观察到3个线系，共6条谱线




$$\lambda_{min} = \frac{hc}{E_4 - E_1} = 97.5nm$$

2 氢原子处在某状态时的波函数为 $\Psi_{nlm_1}(r,\theta,\varphi)=\Psi_{211}(r,\theta,\varphi)=Cre^{-r/2a_0}sin\theta e^{i\varphi}$ ，试求：
(1) 该状态下氢原子的能量$E$与角动量$L$；
(2) 和此状态为同一个主量子数$n$的状态数；
(3) 此状态中何处电子的径向概率密度最大？

（1） $E_{n=2}=\dfrac{E_1}{n^2}=\dfrac{-13.6}{2^2}=-3.4\,(\mathrm{eV})$

$L_{l=1}=\sqrt{l(l+1)}\hbar=\sqrt{2}\hbar$

（2） $N_{n=2}=2n^2=8$

（3） $P(r)=r^2\left|R_{21}(r)\right|^2\propto r^4\mathrm{e}^{-r/a_0}$ $\qquad \dfrac{\mathrm{d}P(r)}{\mathrm{d}r}=0$

$4r^3\mathrm{e}^{-r/a_0}-\dfrac{1}{a_0}r^4\mathrm{e}^{-r/a_0}=0$ $\qquad r=4a_0$

3 一粒子被限制在位于$x$=0和$x$=$a$的两个不可穿透壁之间，描述粒子运动状态的定态波波函数为：$\psi(x)=Ax(a-x)$，其中$A$为常量，求：

（1）归一化常量$A$；

（2）概率密度最大的位置；

（3）粒子出现在区间0-$a$/3中的概率。

（1） $\int_0^a |\psi(x)|^2 \mathrm{d}x = \int_0^a A^2 x^2 (a-x)^2 \mathrm{d}x = A^2 \frac{a^5}{30} = 1$， $A = \sqrt{\frac{30}{a^5}}$

（2） $\frac{\mathrm{d}[x^2(a-x)^2]}{\mathrm{d}x} = 2x(a-x)^2 - 2x^2(a-x) = 0$， $x = \frac{1}{2}a$

（3） $P = \int_0^{a/3} |\psi(x)|^2 \mathrm{d}x = \int_0^{a/3} A^2 x^2 (a-x)^2 \mathrm{d}x = 30(\frac{1}{81} - \frac{1}{2\times 81} + \frac{1}{15\times 81}) = \frac{17}{81}$