光学小测讲解

1、将一束波长λ = 5890Å 平行钠光垂直入射在 1 厘米内有 5000 条刻痕的平面衍射光栅上，光栅的透光缝宽度 a 与其间距 b 相等，求：（1）光线垂直入射时，能看到几条谱线？是哪几级？(2)若光线以与光栅平面法线的夹角 θ=30°方向斜向下入射时，能看到几条谱线？是哪几级？(3)若光栅总宽度为 10 厘米，求第 3 级谱线附近可以分辨的最小波长差$\Delta\lambda$。（24 分）

解：（1） $(a+b)\sin\varphi = k\lambda$，当 $\varphi=\pi/2$ 时 $k=(a+b)/\lambda=3.39$ 取 $k_{max}=3$ ----------4 分

又∵ $a=b$ $(a+b)\sin\varphi=2a\sin\varphi=k\lambda$

$a\sin\varphi=k'\lambda/2$ 当 $k=\pm2，\pm4，\pm6$………时缺级----------4 分

∴ 能看到 5 级谱线，为 0，±1，±3 级 ----------2 分

（2）$(a+b)(\sin\varphi+\sin\theta)=k\lambda$ $\theta=30°$，$\varphi=\pm90°$ ----------4 分

$\varphi=\pi/2$，$k=(a+b)(\sin30°+\sin90°)/\lambda=5.09$ 取 $k_{max}=5$

$\varphi=-\pi/2$，$k=(a+b)(\sin30°-\sin90°)/\lambda=-1.7$ 取 $k'_{max}=-1$ ----------2 分

∵ $a=b$，∴第 2，4，……缺级

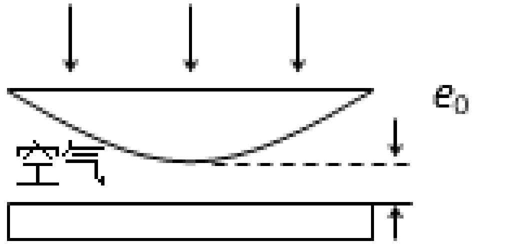
∴能看到 5 条谱线，为 +5，+3，+1，0，-1 级 ----------2 分

（3）光栅总缝数 $N=10\times5000=5.000\times10^4$(条) --------------2 分

分辨率 $R=\lambda/\Delta\lambda=kN$，$k$是光谱的级次。--------------2 分

可分辨的最小波长差为 $\Delta\lambda=\lambda/kN=3.9\times10^{-3}$nm --------------2 分

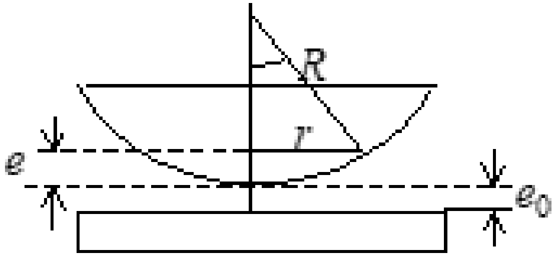
2、如图所示，牛顿环装置的平凸透镜与平板玻璃有一小缝隙 e_0。现用波长为λ的单色光垂直照射，已知平凸透镜的曲率半径为 R，（1）求反射光形成的牛顿环的各暗环半径；（2）如将上面的透镜慢慢向下降，使平凸透镜与平板玻璃慢慢接近，干涉条纹如何变化？（16 分）



解：（1）设某暗环半径为 r，由图可知，根据几何关系，近似有：

$$e = r^2/(2R)$$ ①--------------3 分

再根据干涉减弱条件有：$$2e + 2e_0 + \frac{1}{2}\lambda = \frac{1}{2}(2k+1)\lambda$$ ② --------4 分

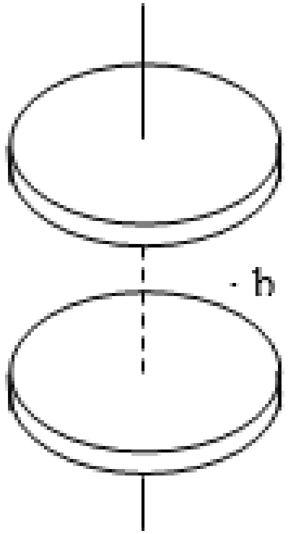


式中 k 为大于零的整数．把式①代入式②可得：$$r = \sqrt{R(k\lambda - 2e_0)}$$ --------2 分

（k 为整数，且 $k > 2e_0/\lambda$）---------------------2 分

干涉条纹向外扩，圆心有圆环冒出---------------------5 分

3 一平行板电容器，极板是半径为 R 的两圆形金属板，极间为空气，此电容器与交变电源相接，极板上带电量随时间变化的关系为 $q=q_0\sin\omega t$ （ω为常量），忽略边缘效应，求：（1） 电容器极板间位移电流及位移电流密度；（2） 两极板间离中心轴线距离为 r （$r<R$）处的 b 点磁场强度 $\vec{H}$ 的大小；（3） 当 $\omega t=\pi/4$ 时，b 点的电磁场能量密度（即电场能量密度 与磁场能量密度之和）。（20 分）



解：(1) $I_d=\mathrm{d}q/\mathrm{d}t=q_0\omega\cos\omega t$ --------4 分

$j_d=\mathrm{d}D/\mathrm{d}t=I_d/\pi R^2=q_0\omega\cos\omega t/\pi R^2$ --------4 分

(2)从 $2\pi rH=(r^2/R^2)Id$ 得 $H=q_0\omega r\cos\omega t/2\pi R^2$ --------4 分

（3）$\omega t=\pi/4$ 时 $H=\sqrt{2}q_0\omega r/4\pi R^2$

$E=D/\varepsilon_0=\sqrt{2}q_0/2\pi R^2\varepsilon_0$ --------4 分

$w=\mu_0H^2/2+\varepsilon_0E^2/2=(q_0^2/4\pi^2R^4)(\mu_0\omega^2r^2/4+1/\varepsilon_0)$ --------4 分

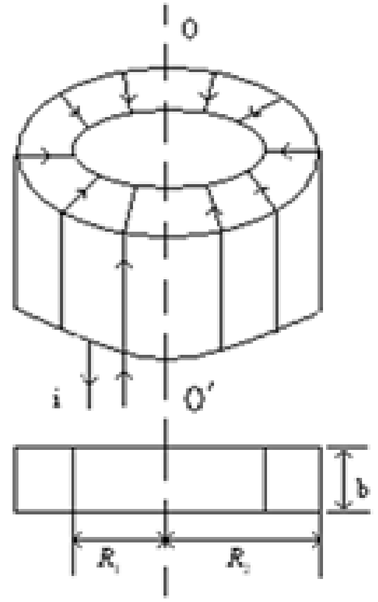
4 一矩形截面螺绕环（m_r=1）由细导线均匀密绕而成。内半径为 R_1，外半径为 R_2，高为 b，共 N 匝，(1) 求该螺绕环的自感系数（2）在螺绕环的轴线上，另有一无限长直导线 O'O"，如图所示，在螺线环内通以交变电流 $i=I_0\cos\omega t$，求在无限长直导线中的感应电动势ε_i。（20分）

$$\Psi = N\Phi = N\int_{R_1}^{R_2}\vec{B}\cdot d\vec{s} = N\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}b\,dr$$
$$=\frac{\mu_0 N^2 Ib}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$L=\frac{\Psi}{I}=\frac{\mu_0 N^2 b}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

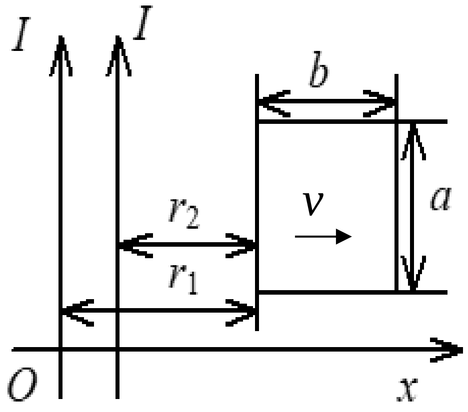
$$W_m=\int_V w_m dV=$$
$$\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu_0 N^2 I^2}{8\pi^2 r^2}\cdot 2\pi r b\,dr=\frac{\mu_0 N^2 I^2 b}{4\pi}\ln(R_2/R_1)$$

$$L=\frac{\mu_0 N^2 b}{2\pi}\ln(R_2/R_1)$$



$$\psi_M = N\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}b\,dr=\frac{\mu_0 N I_1 b}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$
$$M_{21}=\frac{\psi_M}{I_1}=\frac{\mu_0 Nb}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}=M_{12}=M$$
$$\varepsilon_M=-M\frac{dI}{dt}=-\frac{\mu_0 Nb}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}I_0(-\omega)\sin\omega t$$
$$=\frac{\mu_0 NbI_0\omega}{2\pi}\sin\omega t\ln\frac{R_2}{R_1}$$

5、如图所示，两条平行长直导线和一个矩形导线框共面。且导线框的一个边与长直导线平行，并以速度v沿x 的正方向运动，$t = 0$时刻导线框到两长直导线的距离分别为r_1、r_2。已知两导线中电流都为$I = I_0 \sin \omega t$，其中I_0和ω为常数，t为时间。导线框长为a宽为b，求导线框中的动生电动势和感生电动势。（24分）



$$B = \frac{\mu_0 I_0 sin\omega t}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-r_1+r_2}\right)$$

***I*视为不变**　　　选顺时针方向为线框回路正方向

$$\varepsilon_{动} = \frac{\mu_0 v a I_0 sin\omega t}{2\pi}\left(\frac{1}{vt+r_1} + \frac{1}{vt+r_2} - \frac{1}{vt+r_1+b} - \frac{1}{vt+r_2+b}\right)$$

当 *sinωt* > 0, *ε*>0, 顺时针; 当 *sinωt* <0, *ε*<0, 逆时针

$$\Phi_B = \int_{vt+r_1}^{vt+r_1+b} \frac{\mu_0 I_0 sin\omega t}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-r_1+r_2}\right) a\mathrm{d}x = \frac{\mu_0 I_0 sin\omega t a}{2\pi} \ln\left(\frac{vt+r_1+b}{vt+r_1} \cdot \frac{vt+r_2+b}{vt+r_2}\right)$$

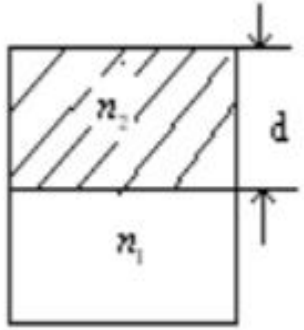
导体视为不动（*t*时刻）

$$\varepsilon_{感} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0 I_0 \omega a}{2\pi} \ln\left(\frac{vt+r_1+b}{vt+r_1} \cdot \frac{vt+r_2+b}{vt+r_2}\right) cos\omega t$$

当 *cosωt* < 0, *ε*>0, 顺时针; 当 *cosωt* > 0, *ε*<0, 逆时针

一、填充题

1．平板玻璃（$n_1=1.50$）表面涂一层厚为 0.15 微米的薄膜（$n_2=1.38$），白色光垂直射到此膜上，在反射光中观察，则波长为______$\overset{o}{A}$的光得到加强。



假设波长为λ的光得到加强，则λ满足：$2en_2=k\lambda$

其中$e=0.15\times10^{-6}m$，$n_2=1.38$解得符合可见光范围的λ为4140Å

2．由两块玻璃片（n_1=1.75）所形成的空气劈尖，其一端的厚度为零，另一端厚度为0.002cm。现用波长为700nm的单色平行光，垂直入射在空气劈尖的上表面，则形成的干涉明条纹数为_____。

$2e+\lambda/2=k\lambda$ (k=1,2,3,…..)

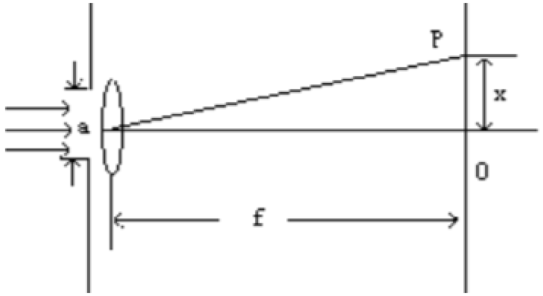
$k_{max}=2e_{max}/\lambda+1/2=57.6$ 57条明条纹

3. 波长为$\lambda = 4000\overset{o}{A}$的平行光垂直入射一单缝，在焦距为$f = 1.00m$的透镜的焦平面上置观察屏，若第一暗条纹离中央的亮条纹中心之距离为 $x = 1mm$，则该单缝的宽度为 a=__________。

根据单缝衍射暗纹条件：$a\sin\theta = k\lambda$

本题中：$\sin\theta = \dfrac{x}{f} = 10^{-3}$，$k = 1$，$\lambda = 0.4\times10^{-6}m$代入得

$a = 0.4mm$



4．一平行琴伦射线束，射到晶面间距为 $d=3\times10^{-10}m$ 的晶体上，若与晶面法线成 60^0 的衍射方向见到一级极大，则该琴伦射线的波长 $\lambda=$________。

根据布拉格公式：$2d\sin\theta=k\lambda$，其中 $\sin\theta=\sin 30°=\dfrac{1}{2}$

代入数据得 $\lambda=0.3nm=3\mathring{A}$

5．某一汽车上的两盏灯相距 X，人和车相距 40km，如果在理想情况下，用一望远镜还可以分辨这两盏灯（该望远镜的孔径 $d=2.0cm$，灯光的波长 $\lambda=5000\mathring{A}$）则 X=________。

该望远镜的最小分辨角 $\theta_{\min}=\dfrac{1.22\lambda}{d}=3.05\times10^{-5}$

则 $\tan\theta_{\min}\approx\theta_{\min}=\dfrac{X}{40km}$　解得 $X=1.22m$

6. 一束自然光由水（$n_1=1.33$）入射到折射率为n_2的另一种媒质的分界面上，若反射光和入射光之间的夹角为120^0，反射光变成完全偏振光，则此媒质的折射率n_2=_________。

由题意知，该束光由布儒斯特角入射，入射角$\theta = 60°$

则有：$\tan 6\,0° = \frac{n_2}{n_1}$解得$n_2 = 2.30$

7．一束光强为I_0的自然光，相继通过三个偏振片P_1，P_2，P_3后，出射光的光强为$I = I_0/8$。已知P_1和P_3的偏振化方向相互垂直，若以入射光线为轴，旋转P_2，要使出射光强为零，P_2最少要转过的角度是_____。

$$I=\frac{1}{2}I_0 cos^2\alpha cos^2\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\frac{1}{8}I_0 \qquad \alpha = \pi/4$$

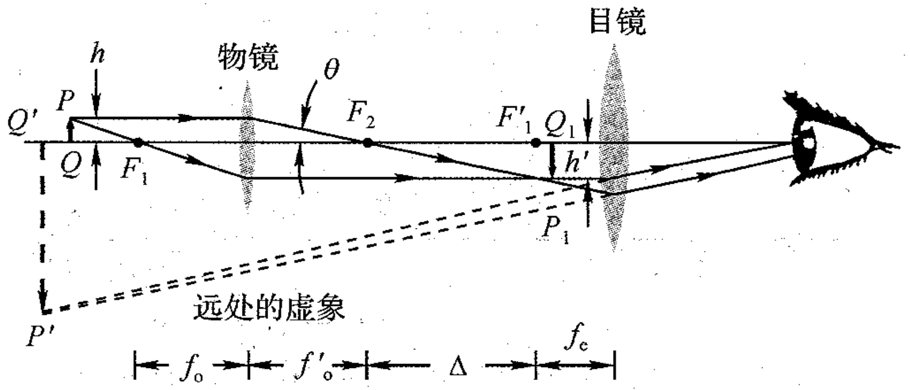
8. 一束单色，波长λ的自然光通过起偏器后垂直进入石英晶片，该晶片的光轴平行于晶片表面。石英晶体对寻常光线的折射率n_0，对非常光线的主折射率为n_e，若要使穿过石英晶体后的透射光为圆偏振光，则石英晶片的最小厚度_________，起偏器的偏振化方向应与晶片的光轴成______角。

若要使透射光为圆偏振光，则通过石英晶体后，o光和e光相位差为$\frac{\pi}{2}$，故石英晶体最小厚度$d=\frac{\lambda}{4|\mathrm{n_o}-\mathrm{n}_e|}$

若要使透射光为圆偏振光，通过起偏器后o光和e光振幅应该相等，

即$A\sin\alpha=A\cos\alpha$,故起偏器偏振化方向与晶片光轴夹角α为45°

9、显微镜物镜焦距f_o=8 mm，目镜焦距f_e=40 mm。物体在物镜第一焦点外0.5mm处，求显微镜的放大率M =____。

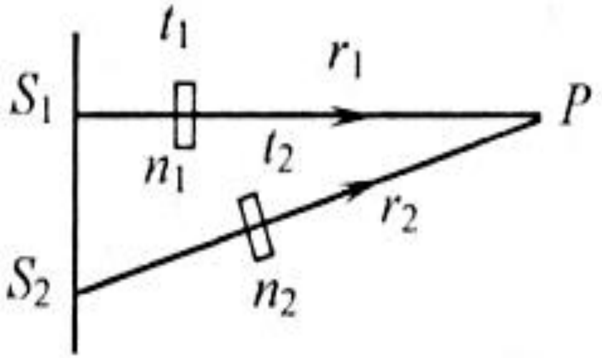


$1/u+1/(f_o+\Delta)= 1/f_o \quad u= f_o+0.5$

$\Delta=f_o^2/(u-f_o)$ =128 mm

$$M=-\frac{f_o+\Delta}{f_o}\cdot\frac{25cm}{f_e}=-\frac{8+128}{8}\cdot\frac{250}{40}\approx-106$$

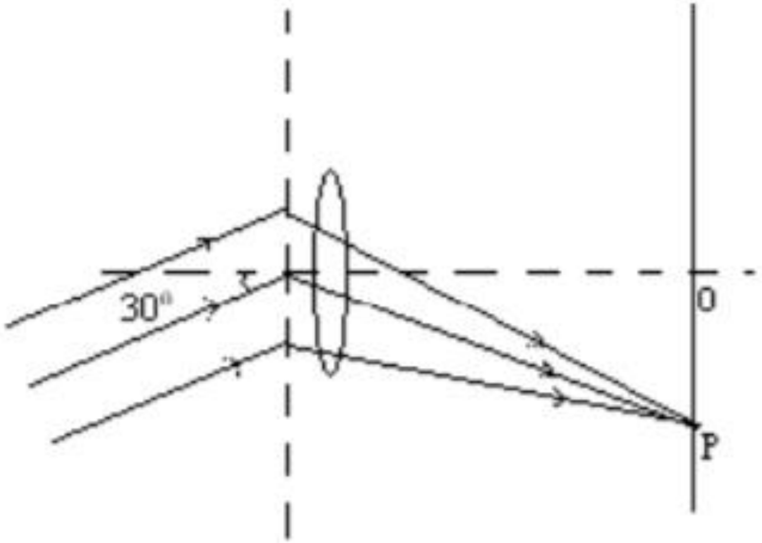
10. 如图所示，S_1、S_2是两个相干光源，它们到P点的距离分别为r_1和r_2。路径S_1P垂直穿过一块厚度为t_1、折射率为n_1的介质板，路径S_2P垂直穿过厚度为t_2、折射率为n_2的另一介质板，其余部分可看作真空，这两条路径的光程差等于__________。



$$\delta=[r_2+(n_2-1)t_2]-[r_1+(n_1-1)t_1]$$

二、计算题

1．某光栅每厘米有 5000 条狭缝，入射光以30^0角照射到光栅上。（见图）在衍射角为45^0的方向看到一条黄光。（1）求入射光的波长。（2）如改用 4800 $\overset{0}{A}$ 的蓝单色光以30^0入射时，缝宽是相邻两缝间距的 1/3 时，试列举出屏幕上呈现的全部级数。



解：(1)由光栅方程得：

$$d(\sin\phi + \sin\theta) = k\lambda$$

其中$\phi = 30°, \theta = 45°, d = \dfrac{1\times 10^{-2}m}{5000}$

$= 2\times 10^{-6}m$

$\because$ 入射光为黄光

$k = 3$，$\lambda = 804nm$;
$k = 4$，$\lambda = 604nm$;
$k = 5$，$\lambda = 483nm$;

$\therefore$ 只有$k = 4$时对应的λ在黄光波长范围内，$\lambda = 604nm$

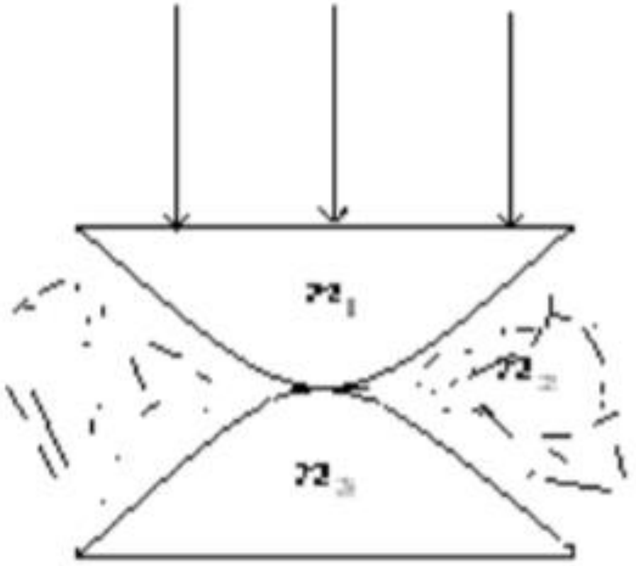
(2)由已知得：$\dfrac{d}{a}=3$,则$3k(k=1,2,\ldots\ldots)$级缺级

由光栅方程得$k=\dfrac{d(\sin\phi+\sin\theta)}{\lambda}$其中$-1\langle\sin\theta\langle 1$

相应数据代入得$-2.08<k<6.25$

故屏幕上呈现出的全部级数为-2，$-1,0,1,2,4,5$共七级。

2．由两种不同材料做成平凸透镜，其凸面的曲率半径相同，R=1.5m，透镜的折射率分别为$n_1 = 1.55$，$n_3 = 1.70$。两凸面较紧密地接触，浸在 折射率为$n_2 = 1.60$的油中，以$\lambda = 6000\overset{0}{A}$的单色光垂直入射，在反射方向观察干涉条纹，求：（1）接触点是明还是暗？（2）干涉条纹的形状；（3）由中心向外数，第十个暗条纹处的油层厚度及条纹的半径；（4）如将上面的透镜慢慢向上提，使两透镜慢慢分离，干涉条纹如何变化？



解：(1) $\because$ 两透镜表面均有半波损失

$\therefore$ 接触点为明纹

(2)干涉条纹形状为牛顿环

(3)暗环条件：$2n_2e=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}\quad k=0,1,2,\ldots\ldots$

又有 $R^2-r^2=\left(R-\dfrac{e}{2}\right)^2$

得出$r\approx\sqrt{\mathrm{Re}}$

第十个暗环时$k=9\Rightarrow e\approx1.78\times10^{-6}m$

$r=\sqrt{\mathrm{Re}}=1.63\times10^{-3}m$

(4)干涉条纹向内收缩